සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved]

ශ්‍රී පාලි විද්‍යාලය - හොරණ
SRIPALEE COLLEGE - HORANA

13 ශ්‍රේණිය අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021 සැප්තැම්බර්
Grade 13 Final Term Test – 2021 December

සංයුක්ත ගණිතය I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

*ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a). $f(x)=x^2+2ax+b$ හා $g(x)=x^2+2px+q$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a,b,p,q\in R$ හා $b\neq 1$ වේ.

i. $f(x)=0$ හි එක් මූලයක් අනෙකෙහි වර්ගය නම්, $b(b+1)=6ab-8a^3$ බව පෙන්වන්න.

ii. $f(x)=0$ ට හා $g(x)=0$ ට පොදු මූලයක් ඇත්නම්, එම මූලය සොයන්න.

$(q-b)^2=4(p-a)(aq-bp)$ බව පෙන්වන්න.

(b). යනු නිශ්ශුන්‍ය නිඛිලයක් වන අතර $f(x)=2x^3+3x^2-3x+r$ වේ. $(x-r)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් නම් r සොයන්න.

r ට මෙම අගය ඇති විට $f(x)$ යන්න ඒකජ සාධකවල ගුණිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

$f(x)=(x-k)(2x-1)(x+2)+lx+m$ වන පරිදි k,l හා m නියත සොයන්න.

12. (a) ගැහැණු ළමයි හය දෙනෙකුගෙන් සහ පිරිමි ළමයි හය දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමක්

i. ගැහැණු ළමයි එක ළඟ සිටින සේ

ii. ගැහැණු ළමයි එක ළඟ නොසිටින සේ

පේළියක සිටුවිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

iii. කමිටුවකට සමාජිකයින් හතර දෙනෙකු පමණක් ඇතුළත් වන පරිදි සෑදිය හැකි වෙනස් කමිටු ගණන සොයන්න.

ඒ නයින් අඩුම තරමින් ගැහැණු ළමයි දෙදෙනෙකුවත් ඇතුළත් වෙනස් කමිටු ගණන සොයන්න.

(b). $r\in z^+$ සඳහා $u_r=\dfrac{r^2+5r+2}{r^2(r+1)^2}$ සහ $V_r=\dfrac{1}{r}$ ලෙස දී ඇත.

$U_r=A(V_r-V_{r+1})+B(V_r^2-V_{r+1}^2)$ වන පරිදි A සහ B නියත සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් r වන පදය U_r වන ශ්‍රේණියේ මුල් පද n හි ඓක්‍යය S_n සොයන්න.

$\lim_{n\to\infty} S_n$ සොයා අභිසාරී වන බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

13.(a). $X+Y=\begin{pmatrix}5 & 2\\0 & 9\end{pmatrix}$ සහ $X-Y=\begin{pmatrix}3 & 6\\0 & -1\end{pmatrix}$ වේ X නම් සොයන්න.

$X^2-8X+8I$ හි අගය I ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

$\alpha X^2+\beta XI=I$ වන සේ α, β සොයන්න. ඒ නයින්, X^1 සොයන්න.

(b).(i) $z=x+iy$ යැයි ගනිමු. මෙහි $x, y \in \Re$ වේ. z හි, මාපාංකය $|z|$ හා ප්‍රතිබද්ධය $\bar{z}$ අර්ථ දක්වන්න.

$z\bar{z}=|z|^2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $x+iy=\sqrt{\dfrac{1+ib}{1-bi}}$ නම්, $x^2+y^2=1$ බව පෙන්වන්න.

$b=0$ විට පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.

(iii) ද මුවාවර් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

$\sqrt{3}+i$ හි මාපාංකය සහ විස්තාරය සොයා ද මුවාවර් ප්‍රමේය භාවිතයෙන්, $(\sqrt{3}+i)^7$ හි මාපාංකය සහ විස්තාරයේ ප්‍රධාන අගය සොයන්න.

14. (a) $x \neq 1$ සඳහා $f(x)=\dfrac{x^2+1}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f'(x)=\dfrac{-2(x+1)}{(x-1)^3}$ බව පෙන්වන්න.

$x \neq 1$ සඳහා $f''(x)=\dfrac{4(x+2)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත.

$f'(x)$ සහ $f''(x)$ ට සුපුරුදු තේරුම් ඇත. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සහ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y=f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ රූප සටහනක් අඳින්න.

(b) වර්ග ඵලය a^2 වන තහඩුවකින් පියන රහිත සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත පෙට්ටියක් සෑදිය යුතුව ඇත. පෙට්ටියේ පතුලේ පැත්තක දිග x ද උස y ද නම් x ඇසුරින් y ප්‍රකාශ කර පෙට්ටියේ පරිමාව V යන්න,

$V=\dfrac{x^2(a^2-x^2)}{4x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, පරිමාව උපරිම වන පෙට්ටියේ මාන සොයා එහි උපරිම පරිමාව සොයන්න.

15. (a). $t=e^x-1$ ආදේශය යොදා ගනිමින් $\displaystyle\int \frac{dx}{(e^x-1)^2}$ අගයන්න.

(b). $\dfrac{x^4}{1+x^2}=ax^2+bx+c+\dfrac{d}{1+x^2}$ වන පරිදි a, b, c සහ d නියත සොයන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය හා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\displaystyle\int_0^1 x^3\tan^{-1} dx=\frac{1}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(c). සුදුසු ආදේශයක් යොදා ගනිමින් $\displaystyle\int_0^p f(x)dx=\int_0^p f(p-x)dx$ බව පෙන්වන්න. මෙහි p යනු නියතයකි.

ඒ නයින් $\displaystyle\int_0^1 \ln\left|\frac{1}{x}-1\right|dx=0$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

16. $a_1x+b_1y+c_1=0$ හා $a_2x+b_2y+c_2=0$ සරල රේඛා අතර කෝණයේ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}=\pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂ පිළිවෙළින් (0, 1), (4, 4), $\left(\frac{5}{4},4\right)$ වේ. AB සහ AC පාදවල සමීකරණ සොයන්න. $B\hat{A}C$ කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න.

AB සහ AC පාදවල දිග සොයා ඒ නයින් $B\hat{A}C$ කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකයට BC පාදය හමුවන D ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය $\left(\frac{77}{33},\frac{132}{33}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙම ලක්ෂ්‍යය අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකය තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

$(1,0)$, $(7,8)$ ලක්ෂ්‍ය විෂ්කම්භයේ දෙකෙළවර ලෙස පිහිටන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම වෘත්තයෙන් x අක්ෂය A හි දී ත් B හි දී ත් ඡේදනය කරන අතර y අක්ෂය C හි දී ත් D හි දී ත් ඡේදනය කරයි. $AB=CD$ බව පෙන්වන්න.

A හා B හි ඇඳි ස්පර්ශක T හි දී හමු වේ. ABT ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

17. (a). i. $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$ භාවිතයෙන් $\cot 2\theta=\frac{1-t^2}{2t}$ බව සාධනය කරන්න.
මෙහි $t=\tan\theta$ වේ.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් $\tan\frac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න.

ii. $f(\theta)=8\cos^2\theta-16\cos\theta\sin\theta-4\sin^2\theta$ ප්‍රකාශනය $a+b\cos(2\theta+\alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.
මෙහි, a හා b යනු නියත වන අතර α යනු θ වලින් ස්වායත්ත කෝණයක් වෙයි.

එමගින් $-8\le f(\theta)\le 12$ බව පෙන්වන්න.

(b). සුපුරුදු අංකනයෙන්, ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. AD රේඛාවේ දිග $\frac{1}{\sqrt{11}}-6\sqrt{3}$ වන අතර එය A කෝණය, $C\hat{A}D=45^0$ සහ $D\hat{A}B=30^0$ වන පරිදි බෙදනු ලැබේ. BC හි දිග ඒකක 2 ක් වන බව පෙන්වන්න.

(c). $2\cos\theta\cos 2\theta+\sin 2\theta=2(3\cos^3\theta-\cos\theta)$ සමීකරණය විසඳන්න.

***

Scanned with CamScanner